# Integration von Umkehrfunktionen

Zurückführung der Integration einer Funktion auf bekannte Integration der Umkehrfunktion

$y = f(x) \longrightarrow x = g(y) \longrightarrow$ Umkehr: $y = g(x)$

$\int f(x)\,dx = \int 1 \cdot f(x)\,dx$ , wählen $u = f(x)$

$\frac{du}{dx} = f'(x)$

$\frac{dv}{dx} = 1$ , $v = x$

$= x \cdot f(x) - \int \underset{g(y)}{x} \cdot \underbrace{f'(x)\,dx}_{dy}$

$= x \cdot f(x) - \int g(y)\,dy$

$\int y\,dx = xy - \int x\,dy$

Beispiele:

a) $\int \ln x\,dx$ , $y = f(x) = \ln x$ , $x = g(y) = e^y$

$= x \cdot \ln x - \int e^y\,dy$

$= x \cdot \ln x - e^y + C = x \cdot \ln x - x + C$

b) $\int \arccos x\,dx$ , $y = f(x) = \arccos x$ , $x = g(y) = \cos y$

$= x \cdot \arccos x - \int \cos y\,dy$

$= x \cdot \arccos x - \sin y + C$

$\sin y = \sin(\arccos x)$

$= \sqrt{1 - \cos^2(\arccos x)} = \sqrt{1 - x^2}$

$= x \cdot \arccos x - \sqrt{1 - x^2} + C$