

Funktionen von zwei Variablen. Partielle Ableitungen - Teil 2

Kettenregel „Funktion von zwei Funktionen“

$$z = f[x(t), y(t)]$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt} \quad \text{„totale Ableitung“}$$

Beispiel: $\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{dy}{dt}$

$$\frac{dT}{dt} = \left(\frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} \right) \cdot \left(\frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} \right) \quad \text{„Reisegleichung“}$$

Rechenbeispiele: a) $z = \sin(xy)$, $x = t^2$, $y = t^3$
 $= \sin(t^5) \rightarrow \frac{dz}{dt} = \underline{5t^4 \cdot \cos(t^5)}$

Reisegleichung: $\frac{dz}{dt} = y \cdot \cos(xy) \cdot 2t + x \cdot \cos(xy) \cdot 3t^2$
 $= (2ty + 3t^2x) \cos(xy)$
 $= (2t \cdot t^3 + 3t^2 \cdot t^2) \cos(t^5)$
 $= \underline{5t^4 \cos(t^5)}$

b) $z = x(t) \cdot y(t)$ $\frac{dz}{dt} = y \frac{dx}{dt} + x \frac{dy}{dt}$ Produktregel