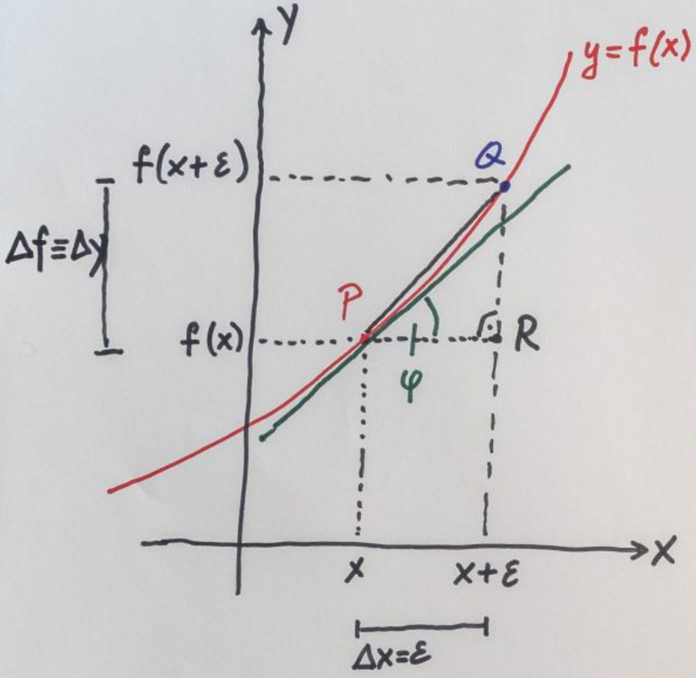
Differentialrechnung mit einer Variablen

Die Ableitung: Bezeichnungen, Definition und geometrische Bedeutung



Tangente in $P(x, y)$

$\overline{PQ}$: Sekante

ΔPRQ : Steigungsdreieck

$\dfrac{|\overline{RQ}|}{|\overline{PR}|}$: Anstieg

$$\frac{|\overline{RQ}|}{|\overline{PR}|} = \frac{f(x+\varepsilon)-f(x)}{(x+\varepsilon)-x} = \frac{f(x+\varepsilon)-f(x)}{\varepsilon} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$, Differenzenquotient

$f(x)$ stetig!

$$\tan\varphi = \lim_{\substack{\varepsilon\to 0\\(Q\to P)}} \frac{|\overline{RQ}|}{|\overline{PR}|} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{f(x+\varepsilon)-f(x)}{\varepsilon} = f'(x)$$ 1. Ableitung

$\tan\varphi$: Anstieg der Tangente in P

Bezeichnungen: $y' = f'(x) = f^{(1)}(x)$

Leibniz $$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x} \equiv \frac{dy}{dx} \equiv \frac{df(x)}{dx} \equiv \frac{d}{dx}f(x)$$ Differentialquotient