Komplexe Zahlen

Definition und Rechenregeln

quadratische Gleichung

$$z^2 - 2z + 2 = 0$$

$$(z-1)^2 = -1$$

$$z_1 = 1 + \sqrt{-1} = 1 + i = 1 \cdot \underline{1} + 1 \cdot \underline{i} = (1,1)$$

$$z_2 = 1 - \sqrt{-1} = 1 - i = 1 \cdot \underline{1} - 1 \cdot \underline{i} = (1,-1)$$

$i = \sqrt{-1}$, $\boxed{i^2 = -1}$ „imaginäre Einheit"

$\underline{\underline{z = x + i \cdot y}} = (x,y)$ Standard-Darstellung

$x = \mathrm{Re}\, z$, Realteil

$x = 0$: z rein imaginär

$y = \mathrm{Im}\, z$, Imaginärteil

$y = 0$: z rein reell

$z_1 \xrightarrow[i \to -i]{} z_2$, $\left.\begin{aligned} z &= x + iy \\ \bar{z} &= x - iy \end{aligned}\right\}$ konjugiert-komplex

$$\mathrm{Re}\, z = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$$

$$\mathrm{Im}\, z = \frac{1}{2i}(z - \bar{z}) = -\frac{i}{2}(z - \bar{z})$$

$$\underline{\underline{\frac{1}{i}}} = \frac{i}{i \cdot i} = \frac{i}{-1} = \underline{\underline{-i}}$$