Gradient in drei Dimensionen

Bisher: Fläche $z = f(x,y)$

$$\operatorname{grad} f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j}$$

senkrecht auf Niveau<u>linien</u> $f(x,y) = \text{const}$

Jetzt: $g(x,y,z) = z - f(x,y)$

$$\underline{\operatorname{grad} g} = \frac{\partial g}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial g}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial g}{\partial z}\vec{k}$$

$$\underline{= -\frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} + \vec{k}}$$

$g(x,y,z) \overset{!}{=} \text{const}$ → Niveau<u>flächen</u>

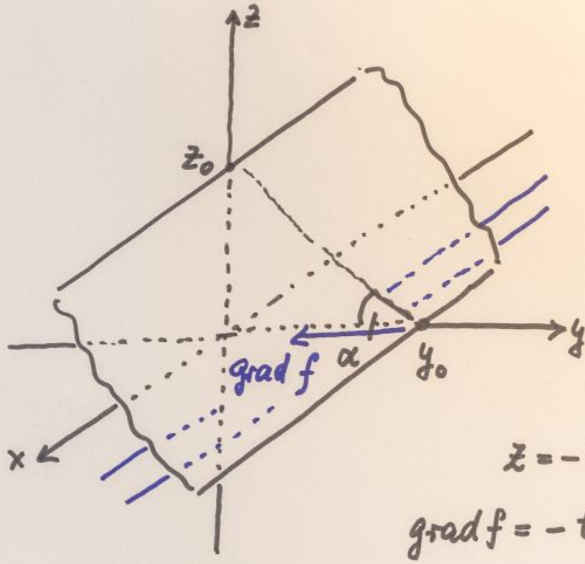
$$\underline{\vec{n} = \operatorname{grad} g}$$

grad g senkrecht auf Niveauflächen $g(x,y,z) = \text{const}$

Tangentialebene $(\vec{r} - \vec{r}_0)\operatorname{grad} g = 0$

Zusammenhang: $\underline{\operatorname{grad} g = -\operatorname{grad} f + \vec{k}}$

Beispiel: Schiefe Ebene



Achsenabschnitts-gleichung

$$\frac{y}{y_0} + \frac{z}{z_0} = 1$$

$$z = -\frac{z_0}{y_0}y + z_0$$

$$z = -\tan\alpha \cdot y + z_0 = f(x,y)$$

$\operatorname{grad} f = -\tan\alpha \cdot \vec{j}$, unabhängig von x und y

$$g(x,y,z) = z - f(x,y) = z - z_0 + \tan\alpha \cdot y$$

$$\operatorname{grad} g = \tan\alpha \cdot \vec{j} + \vec{k}$$