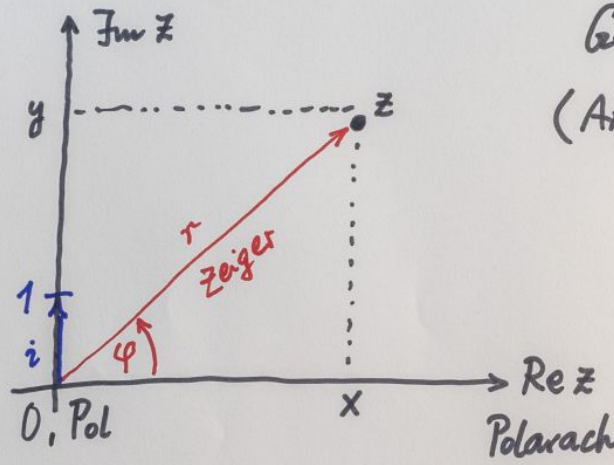
Komplexe Zahlen

Gaußsche Zahlenebene und Polarkoordinaten

graphische Darstellung: $z = x + iy$



Gaußsche Zahlenebene
(Argand-Diagramm)

Abszisse: Re z

Ordinate: Im z

r, φ : Polarkoordinaten

$r = |z|$ Betrag von z $\rightarrow$ $r^2 = x^2 + y^2$

$\varphi = \arg z$ Argument von z $\quad | \quad z\bar{z} = x^2 + y^2$

$\Big\} \; z\bar{z} = r^2$

Gleichheit: $|z_1| = |z_2|$

$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi \cdot n$, n ganz

Hauptwert von $\arg z$: $0 \le \varphi < 2\pi$

Polardarstellung

$$\left.\begin{array}{l} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \end{array}\right\} \frac{y}{x} = \tan\varphi$$

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

$$|\cos\varphi + i\sin\varphi| = \sqrt{(\cos\varphi + i\sin\varphi)(\cos\varphi - i\sin\varphi)}$$

$$= \sqrt{\cos^2\varphi + \sin^2\varphi} = 1$$

Beispiel: $z = i$, $r = \sqrt{z\bar{z}} = \sqrt{i\cdot(-i)} = \sqrt{-i^2}$

$= 1$

$$\left.\begin{array}{l} x = 0 = \cos\varphi \\ y = 1 = \sin\varphi \end{array}\right\} \varphi = \frac{\pi}{2}$$