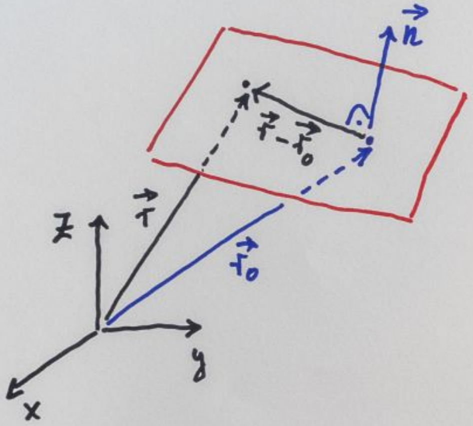
Vektoralgebra

Geometrische Anwendungen mit physikalischer Bedeutung

b) Bestimmung einer Ebene durch Punkt und einen Normalenvektor



$\vec{n}$: Normalenvektor

$\vec{r}-\vec{r}_0$: Vektor in Ebene

$$(\vec{r}-\vec{r}_0)\cdot\vec{n} = 0$$

$$\vec{r}\cdot\vec{n} = \vec{r}_0\cdot\vec{n} = c\ , \quad c = \text{const}$$

$$n_1 x + n_2 y + n_3 z = c \qquad (*)$$

$$\frac{n_1}{c}x + \frac{n_2}{c}y + \frac{n_3}{c}z = 1\ , \quad \text{Achsenabschnittsgleichung}$$

speziell: $y = 0 = z\ , \quad x = \frac{c}{n_1}$

Physik: ebene (ebenfrontige) Wellen

$\vec{n} \Rightarrow \vec{k}$, Wellen(zahl)vektor

$$\vec{k}\vec{r} - \omega t = c$$

t_0: $\vec{k}\vec{r} = c + \omega t_0 \equiv c_0$

$t_1 > t_0$: $\vec{k}\vec{r} = c + \omega t_1 \equiv c_1 > c_0$, auslaufende ebene Welle

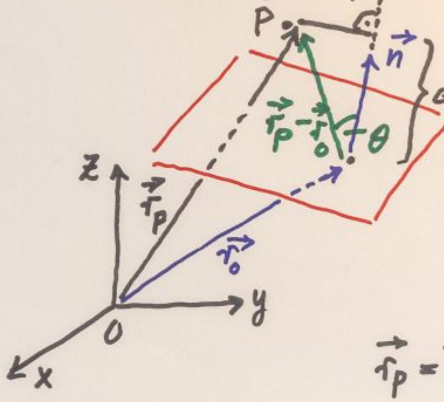
mit Normalen-Einheitsvektor

$$n = \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}$$

aus $(*)$

$$\frac{n_1}{n}x + \frac{n_2}{n}y + \frac{n_3}{n}z = \frac{c}{n} \equiv p\ , \quad \text{Hessesche Normalform}$$

Bedeutung von p: $p = \frac{c}{n} = \frac{\vec{r}_0\vec{n}}{n} = \frac{\vec{n}}{n}\cdot\vec{r}_0$



d : Abstand von P von Ebene

$$d = |\vec{r}_p - \vec{r}_0|\cdot\cos\theta$$

$$= \left|(\vec{r}_p - \vec{r}_0)\cdot\frac{\vec{n}}{n}\right|$$

$\vec{r}_p = \vec{0}$: $\quad d = p$