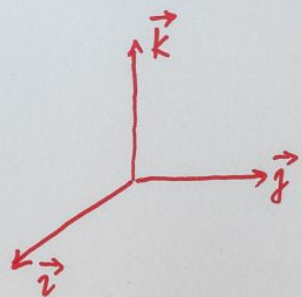


Vektorprodukt - Teil 2

- Einheitsvektoren $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$



$$\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = \vec{0}$$

$$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$$

$$\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$$

$$\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$$

zyklische Vertauschung

Multiplikationstabelle

		2. Faktor		
		\vec{i}	\vec{j}	\vec{k}
1. Faktor	\vec{i}	$\vec{0}$	\vec{k}	$-\vec{j}$
	\vec{j}	$-\vec{k}$	$\vec{0}$	\vec{i}
	\vec{k}	\vec{j}	$-\vec{i}$	$\vec{0}$

- nicht assoziativ

$$\vec{i} \times (\vec{i} \times \vec{j}) = \vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j}$$

$$(\vec{i} \times \vec{i}) \times \vec{j} = \vec{0}$$

- Komponentenzersetzung

$$\begin{aligned} \vec{c} &= (a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}) \times (b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j} + b_3 \vec{k}) \\ &= \underbrace{a_1 b_2 (\vec{i} \times \vec{j})}_{\vec{k}} + a_1 b_3 (\vec{i} \times \vec{k}) + \underbrace{a_2 b_1 (\vec{j} \times \vec{i})}_{-\vec{k}} + \dots \\ &= (a_1 b_2 - a_2 b_1) \vec{k} + \dots \end{aligned}$$

$$\vec{c} = (a_2 b_3 - a_3 b_2) \vec{i} + (a_3 b_1 - a_1 b_3) \vec{j} + (a_1 b_2 - a_2 b_1) \vec{k}$$

a) Betrag: $|\vec{c}|^2 = (a_2 b_3 - a_3 b_2)^2 + (a_3 b_1 - a_1 b_3)^2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1)^2$

$$\begin{aligned} a^2 b^2 \sin^2 \varphi &= a^2 b^2 (1 - \cos^2 \varphi) = a^2 b^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 \\ &= (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) - (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3)^2 \end{aligned}$$

Übereinstimmung

b) Orthogonalität: $\vec{c} \perp \vec{a}, \vec{c} \perp \vec{b}$

$$\begin{aligned} \vec{c} \cdot \vec{a} &= \underbrace{(a_2 b_3 - a_3 b_2)}_{\dots} a_1 + \underbrace{(a_3 b_1 - a_1 b_3)}_{\dots} a_2 \\ &\quad + \underbrace{(a_1 b_2 - a_2 b_1)}_{\dots} a_3 = 0 \end{aligned}$$

$$\vec{c} \cdot \vec{b} = 0$$