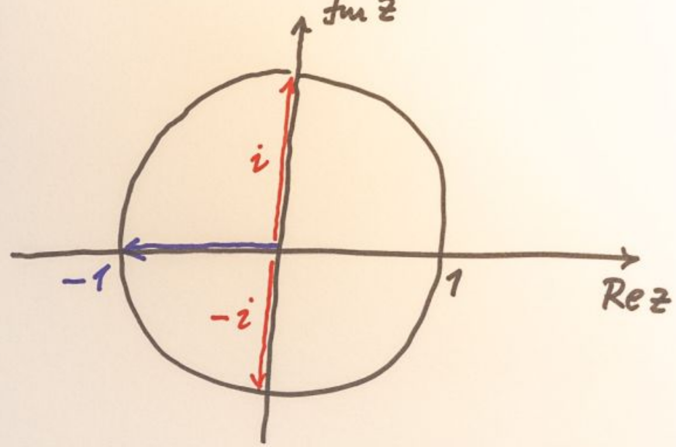
Komplexe Zahlen

Radizieren komplexer Zahlen. Kreisteilung



$$z = \sqrt[n]{r(\cos\varphi + i\sin\varphi)}$$

$$\sqrt[n]{r(\cos\varphi + i\sin\varphi)} = s(\cos\vartheta + i\sin\vartheta)$$

$$r(\cos\varphi + i\sin\varphi) = s^n(\cos\vartheta + i\sin\vartheta)^n$$

$$= s^n\left[\cos(n\vartheta) + i\sin(n\vartheta)\right] \text{, Moivre}$$

Vergleich: $s = \sqrt[n]{r}$, $\left.\begin{aligned}\cos\varphi &= \cos(n\vartheta)\\ \sin\varphi &= \sin(n\vartheta)\end{aligned}\right\}$ $n\vartheta = \varphi + 2\pi\cdot k$, k ganz

$$\vartheta = \frac{\varphi}{n} + 2\pi\cdot\frac{k}{n} \quad , \quad k = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$$

n verschiedene Werte

$$z_k = \sqrt[n]{r(\cos\varphi + i\sin\varphi)} = \sqrt[n]{r}\left[\cos\left(\frac{\varphi}{n} + 2\pi\frac{k}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\varphi}{n} + 2\pi\frac{k}{n}\right)\right]$$

Beispiele: 1) $\sqrt{-1}$: $n = 2$, $k = 0, 1$

$r = 1$, $\varphi = \pi$

$$\sqrt{-1} = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \pi\cdot k\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi\cdot k\right) \begin{cases} k=0 & \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2} = i \\ k=1 & \cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2} = -i \end{cases}$$