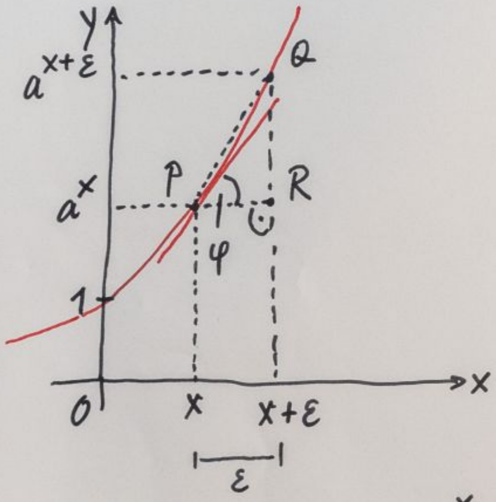
Die Exponentialfunktion

Definition und Eigenschaften

Mathematisches Einführungsbeispiel

$$y = f(x) = a^x \quad , \ (a>1)$$



spezielle Basis a_0 :

für beliebige x Anstieg (Wachstumsrate) gleich a_0^x ?

Wachstumsrate $\frac{\overline{QR}}{\overline{PR}}$

$$\frac{\overline{QR}}{\overline{PR}} = \frac{a_0^{x+\varepsilon} - a_0^x}{(x+\varepsilon) - x} = \frac{a_0^x \cdot a_0^\varepsilon - a_0^x}{\varepsilon} \approx a_0^x$$

$$\frac{a_0^\varepsilon - 1}{\varepsilon} \approx 1$$

$$a_0^\varepsilon \approx 1 + \varepsilon$$

$$a_0 \approx (1+\varepsilon)^{\frac{1}{\varepsilon}}$$

$$a_0 = \lim_{\varepsilon \to 0} (1+\varepsilon)^{\frac{1}{\varepsilon}}$$

ε	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001
$(1+\varepsilon)^{\frac{1}{\varepsilon}}$	2,59374	2,70481	2,71692	2,71814	2,71826

Eulersche Zahl: $e = \lim_{\varepsilon \to 0} (1+\varepsilon)^{\frac{1}{\varepsilon}} = 2{,}7182818\ldots$

Resultat: $a_0 = e \ , \quad y = f(x) = e^x$

beliebige Basis: $y = a^x = \left(e^{\ln a}\right)^x = e^{x \cdot \ln a}$

Ableitung: $y' = \frac{d}{dx} e^x = e^x = y$